Une Solution pour le Paradoxe de Goodman

Paul FRANCESCHI

Université de Corse
p.franceschi@univ-corse.fr
http://www.univ-corse.fr/~franceschi

publié dans *Dialogue*, winter 2001, vol. 40, pp. 99-123

ABSTRACT: In the classical version of Goodman's paradox, the universe where the problem takes place is ambiguous. The conditions of induction being accurately described, I define then a framework of n*-universes, allowing the distinction, among the criteria of a given* n*-universe, between constants and variables. Within this framework, I distinguish between two versions of the problem, respectively taking place: (i) in an* n*-universe the variables of which are colour and time; (ii) in an* n*-universe the variables of which are colour, time and space. Finally, I show that each of these versions admits a specific resolution.*

1. Le problème

Le paradoxe de Goodman (Goodman's Paradox, soit GP dans ce qui suit) a été énoncé par Nelson Goodman (1946)[1]. Goodman expose son paradoxe de la manière suivante[2]. Soit une urne contenant 100 boules. Une boule est tirée chaque jour dans l'urne, durant 99 jours, jusqu'à aujourd'hui. A chaque fois, la boule extraite de l'urne est rouge. Intuitivement, on s'attend à ce que la 100ème boule tirée soit également rouge. Cette prédiction est basée sur la généralisation selon laquelle toutes les boules dans l'urne sont rouges. Cependant, si on considère la propriété S "tiré avant aujourd'hui et rouge ou tiré après aujourd'hui et non rouge", on constate que cette propriété est également vérifiée par les 99 instances déjà observées. Mais la prédiction qui en résulte cette fois, basée sur la généralisation selon laquelle toutes les boules sont S, est que la 100ème boule sera non rouge. Et ceci est contraire à la conclusion précédente, qui est elle-même pourtant conforme à notre intuition[3].

Goodman exprime ainsi GP à l'aide d'une induction énumérative. Et on peut modéliser GP en termes de SR (straight rule). Si l'on prend (D) pour la définition du prédicat "rouge", (I) pour l'énumération des instances, (H) pour la généralisation en résultant, et (P) pour la prédiction correspondante, on a alors :

(D) R = rouge
(I) $Rb_1 \cdot Rb_2 \cdot Rb_3 \cdot ... \cdot Rb_{99}$
(H) $Rb_1 \cdot Rb_2 \cdot Rb_3 \cdot ... \cdot Rb_{99} \cdot Rb_{100}$
$\therefore$ (P) Rb_{100}

Et de même, avec le prédicat S :

(D*) S = rouge et tiré avant T ou non rouge et tiré après T
(I*) $Sb_1 \cdot Sb_2 \cdot Sb_3 \cdot ... \cdot Sb_{99}$
(H*) $Sb_1 \cdot Sb_2 \cdot Sb_3 \cdot ... \cdot Sb_{99} \cdot Sb_{100}$ qui équivaut à :
(H'*) $Rb_1 \cdot Rb_2 \cdot Rb_3 \cdot ... \cdot Rb_{99} \cdot \sim Rb_{100}$
$\therefore$ (P*) Sb_{100} c'est-à-dire finalement :
$\therefore$ (P'*) $\sim Rb_{100}$

---

[1] Nelson Goodman, "A Query On Confirmation", *Journal of Philosophy*, vol. 43 (1946), p. 383-385; repris dans *Problems and Projects*, Indianapolis, Bobbs-Merrill, 1972, p. 363-366.
[2] Avec quelques adaptations mineures.
[3] Cf. Goodman "A Query On Confirmation", p. 383 : "Suppose we had drawn a marble from a certain bowl on each of the ninety-nine days up to and including VE day and each marble drawn was red. We would expect that the marble drawn on the following day would also be red. So far all is well. Our evidence may be expressed by the conjunction "$Ra_1 \cdot Ra_2 \cdot ... \cdot Ra_{99}$" which well confirms the prediction Ra_{100}." But increase of credibility, projection, "confirmation" in any intuitive sense, does not occur in the case of every predicate under similar circumstances. Let "S" be the predicate "is drawn by VE day and is red, or is drawn later and is non-red." The evidence of the same drawings above assumed may be expressed by the conjunction "$Sa_1 \cdot Sa_2 \cdot ... \cdot Sa_{99}$". By the theories of confirmation in question this well confirms the prediction "Sa_{100}"; but actually we do not expect that the hundredth marble will be non-red. "Sa_{100}" gains no whit of credibility from the evidence offered."

Le paradoxe réside ici dans le fait que les deux généralisations (H) et (H*) conduisent respectivement à des prédictions (P) et (P'*) qui sont contradictoires. Intuitivement, l'application de SR à (H*) paraît erronée.

Goodman donne aussi dans *Fact, Fiction and Forecast*[4] une version légèrement différente de son paradoxe, appliquée cette fois aux émeraudes[5]. Cette forme est très bien connue et est basée sur le prédicat "grue" = vert et observé avant T ou non vert et observé après T.

Le prédicat S utilisé dans Goodman (1946) présente avec "grue", une *structure* commune. Soient P et Q deux prédicats, cette structure correspond à la définition : (P et Q) ou (~P et ~Q). Dans ce qui suit, on désignera par *grue* un prédicat présentant cette structure particulière, sans distinguer selon que la forme spécifique utilisée est celle de Goodman (1946) ou (1954).

2. La dualité unification/différenciation

J'ai devant moi des instances. Dois-je les décrire en mettant l'accent sur leurs différences ? Ou bien dois-je les décrire en insistant sur leurs propriétés communes ? Je peux procéder d'une manière ou de l'autre. Mettre l'accent sur les différences entre les instances, c'est opérer par *différenciation*. A l'inverse, mettre en évidence leurs propriétés communes, c'est procéder par *unification*. Il convient de s'intéresser tout à tour à chacun de ces deux modes d'opérer.

Soient les 100 boules composant l'urne de Goodman (1946). Considérons tout d'abord le cas où mon intention est de mettre l'accent sur les différences entre les instances. Là, une option est d'appréhender le moment particulier et unique, où chacune d'elles est extraite de l'urne. On considère alors les prédicats : *rouge et tiré le jour 1*, *rouge et tiré le jour 2*, ..., *rouge et tiré le jour 99*. On a ainsi 99 prédicats différents. Mais ceci interdit d'appliquer SR, qui nécessite un seul et même prédicat. Qu'est-ce donc que distinguer selon le moment où chaque boule est tirée ? C'est mettre l'accent sur une différence essentielle entre chacune des boules, fondée sur le critère du temps. On individualise ainsi chaque boule, et il en résulte autant de prédicats différents : tiré en T_1, tiré en T_2, ..., tiré en T_{99}. Ceci empêche ensuite tout mouvement inductif par application de SR. En effet, on ne dispose pas alors d'une propriété commune pour permettre l'induction et appliquer SR. Ici, la cause du problème réside dans le fait d'avoir réalisé une *différenciation extrême*.

De manière alternative, je peux également procéder par *différenciation* en opérant une mesure extrêmement précise[6] de la longueur d'onde de la lumière définissant la couleur de chacune des boules. J'obtiendrai alors une mesure de longueur d'onde unique pour chacune des boules de l'urne. Ainsi, j'ai 100 boules devant moi, et je connais avec précision la longueur d'onde de la lumière de 99 d'entre elles. Les boules ont respectivement une longueur d'onde de 722,3551 nm, 722,3643 nm, 722,3342 nm, 722,3781 nm, etc. Je dispose dès lors de 99 prédicats distincts P3551, P3643, P3342, P3781, etc. Mais je suis alors dans l'impossibilité d'appliquer SR, qui exige un seul prédicat. Ici aussi, les propriétés communes font défaut pour pouvoir mettre en oeuvre le processus inductif. De la même manière que précédemment, il s'avère ici que j'ai réalisé une *différenciation extrême*.

Que se passe-t-il maintenant si je procède exclusivement par *unification* ? Considérons le prédicat R correspondant à "rouge ou non rouge". On tire 99 boules rouges avant le temps T. Elles sont toutes R. On prédit que la 100ème boule sera R après T, c'est-à-dire rouge ou non rouge. Mais cette forme d'induction n'apporte ici aucune information. La conclusion produite est vide d'information. On appellera *induction vide* ce type de situation. Dans ce cas, on observe que le processus d'unification des instances par la couleur a été réalisé de manière radicale, en annihilant à cet égard, toute démarche de différenciation. La cause du problème réside ainsi dans la mise en oeuvre d'un processus d'*unification extrême*.

Si l'on se place du point de vue de la *couleur*, il apparaît que chacun des cas envisagés précédemment fait appel à une taxinomie différente des couleurs. Ainsi, il est fait usage successivement :

- de notre taxinomie usuelle des couleurs basée sur 9 prédicats : violet, indigo, bleu, vert, jaune, orangé, rouge, blanc, noir
- d'une taxinomie fondée sur une mise en relation des longueurs d'onde des couleurs avec l'ensemble des nombres réels (*taxinomie réelle*)
- d'une taxinomie fondée sur un prédicat unique (*taxinomie à taxon unique*) : rouge ou non rouge

Or il s'avère que chacun de ces trois cas peut être replacé dans une perspective plus générale. En effet, de multiples taxinomies des couleurs sont susceptibles d'être utilisées. Et celles-ci peuvent être ordonnées de la plus grossière (taxinomie à taxon unique) à la plus fine (taxinomie réelle), de la plus *unifiée* à la plus *différenciée*. On a notamment la hiérarchie suivante des taxinomies :

---

[4] Nelson Goodman, *Fact, Fiction and Forecast*, Cambridge, MA, Harvard University Press, 1954.

[5] *Ibid*., p. 73-4 : "Suppose that all emeralds examined before a certain time *t* are green. At time *t*, then, our observations support the hypothesis that all emeralds are green; and this is in accord with our definition of confirmation. [...] Now let me introduce another predicate less familiar than "green". It is the predicate "grue" and it applies to all things examined before *t* just in case they are green but to other things just in case they are blue. Then at time *t* we have, for each evidence statement asserting that a given emerald is green, a parallel evidence statement asserting that that emerald is grue."

[6] Par exemple avec une précision de 10^{-4} nm.

- TAX_1 = {rouge ou non rouge} (taxinomie à taxon unique)
- TAX_2 = {rouge, non rouge} (taxinomie binaire)
- ...
- TAX_9 = {violet, indigo, bleu, vert, jaune, orangé, rouge, blanc, noir} (taxinomie basée sur les couleurs spectrales, ainsi que blanc et noir)
- ...
- $TAX_{16777216}$ = {(0, 0, 0), ..., (255, 255, 255)} (taxinomie utilisée en informatique et distinguant 256 nuances de rouge, vert et bleu)
- ...
- TAX_R = {370, ..., 750} (taxinomie réelle basée sur la longueur d'onde de la lumière)

Au sein de cette hiérarchie, il apparaît que l'usage de taxinomies extrêmes telles que celle basée sur un taxon unique, ou bien la taxinomie réelle, conduisent à des problèmes (respectivement *unification extrême* et *différenciation extrême*). Ainsi, les problèmes mentionnés plus haut lors de l'application d'un raisonnement inductif basé sur SR surviennent lorsque le choix dans la dualité unification/différenciation s'effectue de manière trop radicale. De tels problèmes concernent l'induction en général. Ceci incite à penser que l'on doit plutôt raisonner ainsi : je ne dois privilégier ni l'*unification*, ni la *différenciation*. Un prédicat tel que "rouge", associé à notre taxinomie usuelle des couleurs[7] (TAX_9), correspond précisément à un tel critère. Il correspond à un choix équilibré dans la dualité unification/différenciation. Ceci permet d'éviter les problèmes précédents. Cela n'empêche pas toutefois l'émergence de nouveaux problèmes, dès lors que l'on cherche à mettre en oeuvre un raisonnement inductif, dans certaines situations. Et un de ces problèmes est naturellement GP.

Ainsi, il apparaît que l'enjeu du choix dans la dualité unification/différenciation est capital du point de vue de l'induction, car selon que je choisirai une manière ou bien l'autre, je pourrai ou non utiliser SR et produire des inférences inductives valables. Confronté à plusieurs instances, on peut mettre en oeuvre soit un processus de différenciation, soit un processus d'unification. Mais le choix effectué conditionne largement le succès ultérieur du raisonnement inductif réalisé sur ce fondement. Je dois décrire à la fois les propriétés communes et les différences. A partir de là, un raisonnement inductif correct peut prendre place. Mais d'ores et déjà, il apparaît que le rôle de la dualité unification/différenciation s'avère crucial pour l'induction. Plus précisément, il apparaît à ce stade qu'un choix correct dans la dualité unification/différenciation constitue une des conditions de l'induction.

3. Plusieurs problèmes concernant l'induction

Les problèmes qui viennent d'être évoqués constituent l'illustration de plusieurs difficultés inhérentes à la mise en oeuvre du processus inductif. Cependant, à la différence de GP, ils n'engendrent pas véritablement une contradiction. De ce point de vue, ils se distinguent de GP.

Considérons maintenant la situation suivante. Je tire 99 boules respectivement aux temps T_1, T_2, ..., T_{99}. La 100ème boule sera tirée en T_{100}. On constate que les 99 boules tirées sont rouges. Elles sont donc à la fois rouges et tirées avant T_{100}. Soit R le prédicat "rouge" et T le prédicat "tiré avant T_{100}". On a alors :

(I) $RTb_1, RTb_2, ..., RTb_{99}$
(H) $RTb_1, RTb_2, ..., RTb_{99}, RTb_{100}$
$\therefore$ (P) RTb_{100}

Par application directe de SR, il s'ensuit la prédiction : "la 100ème boule est rouge et tirée avant T_{100}". Mais ceci est en contradiction avec les données de l'expérience en vertu desquelles la 100ème boule est tirée en T_{100}. Là aussi, le raisonnement inductif est basé sur une formalisation qui est celle de SR. Et de même que pour GP, SR conduit ici à une contradiction. Appelons $\Delta 2$ ce problème, où deux prédicats sont utilisés.

Il apparaît que l'on peut construire aisément une forme de $\Delta 2$ basée sur un seul prédicat. Une manière de faire cela est de considérer le prédicat unique S défini comme "rouge et tiré avant T_{100}" en lieu et place des prédicats R et T utilisés précédemment. Il s'ensuit alors la même contradiction.

Plus encore, il apparaît que l'on peut mettre en évidence une autre version ($\Delta 1$) comportant un seul prédicat de ce problème, sans utiliser la propriété "rouge" qui se révèle ici inutile. Soit en effet T le prédicat tiré avant T_{100}. On a alors :

(I) $Tb_1, Tb_2, ..., Tb_{99}$
(H) $Tb_1, Tb_2, ..., Tb_{99}, Tb_{100}$
$\therefore$ (P) Tb_{100}

Ici aussi, la conclusion selon laquelle la 100ème boule est tirée avant T_{100} contredit les données de l'expérience selon lesquelles la 100ème boule est tirée en T_{100}. Et on a alors un effet contradictoire, à l'instar de GP, sans que

[7] Ou toute taxinomie qui en est proche.

la structure de "grue" ait été mise en oeuvre. Compte tenu du fait que seul le critère du temps est utilisé pour construire ce problème, il sera désigné dans ce qui suit par Δ1-temps.

Il apparaît ici que les problèmes tels que Δ1-temps et Δ2 conduisent de même que GP à une contradiction. Tel n'est pas le cas pour les autres problèmes relatifs à l'induction évoqués précédemment[8], qui entraînent soit l'impossibilité de réaliser l'induction, soit une conclusion vide d'information. Cependant, il s'avère que la contradiction rencontrée dans Δ1-temps n'est pas de même nature que celle observée dans GP. En effet, dans GP, on a une contradiction entre les deux prédictions concurrentes (P) et (P*). En revanche, dans Δ1-temps, la contradiction apparaît entre d'une part les conditions de l'expérience ($T \geq 100$) et d'autre part la prédiction résultant de la généralisation ($T < 100$).

En tout état de cause, les problèmes qui viennent d'être rencontrés suggèrent que le formalisme de SR ne capture pas l'ensemble de nos intuitions relatives à l'induction. Il convient donc de s'attacher à définir avec précision les conditions de l'induction, et d'adapter en conséquence le formalisme utilisé. Mais avant toutefois de procéder à une telle analyse, il est nécessaire de préciser davantage les différents éléments du contexte de GP.

4. L'univers de référence

Considérons la loi (L1) selon laquelle "le diamant raye les autres solides". A priori, (L1) s'impose à nous comme une vérité incontestable. Pourtant, il s'avère qu'à une température supérieure à 3550°C, le diamant fond. Aussi en dernière analyse, la loi (L1) se vérifie-t-elle à une température normale et en tout état de cause, lorsque la température est inférieure à 3550°C. Mais une telle loi ne s'applique pas au-delà de 3550°C. Ceci illustre combien l'énoncé des conditions dans lesquelles la loi (L1) est vérifiée est important, notamment en ce qui concerne les conditions de température. Ainsi, lorsqu'on énonce (L1), s'avère-t-il nécessaire de préciser les conditions de température dans lesquelles elle trouve à s'appliquer. Ceci revient à décrire le type d'univers dans lequel la loi est vérifiée.

Soit également la proposition (P1) suivante : "le volume de l'univers visible est supérieur à 1000 fois celui du système solaire". Une telle proposition s'impose à nous comme évidente. Mais là aussi, il apparaît que (P1) est vérifiée à l'époque moderne, mais qu'elle se révèle fausse dans les premiers instants de l'univers. En effet, lorsque l'âge de notre univers était de 10^{-6} seconde après le big bang, son volume était à peu près égal à celui de notre système solaire. Ici également, il apparaît donc nécessaire de spécifier, en même temps que la proposition (P1) les conditions de l'univers dans lequel elle s'applique. Une formulation non ambiguë de (P1) comporte donc une clause temporelle plus restrictive, telle que : "à notre époque, le volume de l'univers visible est supérieur à 1000 fois celui du système solaire". Ainsi, d'une manière générale, on peut penser que lorsqu'on énonce une généralisation, il est nécessaire de préciser les conditions de l'univers dans lequel celle-ci s'applique. La description précise de l'*univers de référence* est fondamentale, car selon les conditions de l'univers dans lequel on se place, la loi énoncée peut se révéler vraie ou fausse.

On observe dans notre univers la présence à la fois de constantes et de variables. On a ainsi des constantes, qui constituent les constantes fondamentales de l'univers : la vitesse de la lumière : $c = 2{,}998 \times 10^{8}$ m/s; la constante de Planck : $h = 6{,}626 \times 10^{-34}$ J.s; la charge de l'électron : $e = 1{,}602 \times 10^{-19}$ C; etc. On a d'autre part des variables. Parmi celles-ci, on peut citer notamment : la température, la pression, l'altitude, la localisation, le temps, la présence d'un rayonnement laser, la présence d'atomes de titanium, etc.

On a souvent tendance, lorsqu'on énonce une généralisation, à ne pas prendre en compte les constantes et les variables qui sont celles de notre univers envisagé dans sa totalité. Tel est le cas par exemple lorsqu'on considère la situation de notre univers le 1er janvier de l'an 2000, à 0h. On se place alors explicitement dans ce qui constitue une tranche, une coupe de notre univers. En effet, le temps n'est pas considéré alors comme une variable, mais bien comme une constante. Soit également la généralisation : "les dinosaures avaient le sang chaud[9]". Ici, on se place explicitement dans un sous-univers du notre où les paramètres du temps et de l'espace ont une portée restreinte. La variable temporelle se réduit à l'époque particulière de l'histoire de la Terre qui a connu l'apparition des dinosaures : le Trias et le Crétacé. Et de même, le paramètre spatial se limite à notre planète : la Terre. De manière identique, les conditions de température sont changeantes au sein de notre univers, selon que l'on se situe à un emplacement ou à un autre de ce dernier : à l'Equateur terrestre, à la surface de Pluton, au coeur d'Alpha du Centaure, etc. Mais si l'on s'intéresse exclusivement au ballon servant à l'expérimentation au sein du laboratoire de physique, où la température est maintenue invariablement à 12°C, on peut considérer alors la température comme une constante. Car lorsqu'on exprime de telles généralisations, on se place non pas dans notre univers envisagé dans sa totalité, mais seulement dans ce qui constitue véritablement une partie spécifique, une restriction de ce dernier. On peut alors assimiler l'univers de référence dans lequel on se place à un sous-univers du notre. Il est ainsi fréquent d'exprimer des généralisations qui ne valent que pour l'époque présente, ou pour nos conditions terrestres habituelles. Explicitement ou non, l'énoncé d'une loi comporte un univers de référence. Mais dans la plupart des cas, les variables et les constantes du sous-univers considéré sont distinctes de celles permettant de décrire notre univers envisagé dans sa totalité. Car les

[8] Cf. §2.
[9] Cette affirmation est controversée.

conditions sont extrêmement variées au sein de notre univers : les conditions sont très différentes selon que l'on se place à la 1ère seconde après le big bang, sur Terre à l'époque précambrienne, sur notre planète en l'an 2000, à l'intérieur de l'accélérateur de particules du CERN, au coeur de notre Soleil, à proximité d'une naine blanche, ou bien à l'intérieur d'un trou noir, etc.

On peut penser également qu'il est intéressant de pouvoir modéliser des univers dont même les constantes sont différentes des constantes fondamentales de notre univers. On peut ainsi souhaiter étudier par exemple un univers où la masse de l'électron est égale à $9{,}325 \times 10^{-31}$ kg, ou bien un univers où la charge de l'électron est égale à $1{,}598 \times 10^{-19}$ C. Et de fait, les univers-jouets, qui prennent en compte des constantes fondamentales différentes de celles de notre univers familier, sont étudiés par les astrophysiciens.

Enfin, lorsqu'on décrit les conditions d'une expérience de pensée, on se place, de manière explicite ou non, dans les conditions qui s'apparentent à celles d'un sous-univers. Lorsqu'on considère par exemple 100 boules extraites d'une urne durant 100 jours consécutifs, on se place alors dans une restriction de notre univers où la variable temporelle est limitée à une période de 100 jours et, où la localisation spatiale est extrêmement réduite, correspondant par exemple à un volume à peu près égal à 5 dm^3. Par contre, le nombre d'atomes de zirconium ou de titane éventuellement présents dans l'urne, l'existence éventuelle d'un rayonnement laser, la présence ou l'absence d'une source sonore de 10 db, etc. peuvent être omis et ignorés. Dans ce contexte, il n'est pas nécessaire de prendre en compte l'existence de telles variables. Dans cette situation, il suffit de mentionner les variables et les constantes *effectivement* utilisées dans l'expérience de pensée. Car on peut penser en effet que le nombre de variables dans notre univers est si grand qu'il est impossible de les énumérer toutes. Et dès lors, il ne paraît pas possible de caractériser notre univers en fonction de toutes ses variables, car on peut en fournir une énumération infinie. Il apparaît suffisant de décrire le sous-univers considéré, en mentionnant uniquement les constantes et les variables qui jouent un rôle effectif dans l'expérience. Ainsi, dans de telles situations, on décrira le sous-univers considéré en ne mentionnant que les critères effectifs nécessaires à la description de l'expérience.

Ce qui précède incite à penser que d'une manière générale, afin de modéliser le contexte dans lequel prennent place des problèmes tels que GP, il est opportun de décrire un univers donné en termes de variables et de constantes. On est amené ainsi à définir un *n*-univers ($n \geq 0$) comme un univers dont les critères comportent *m* constantes, et *n* variables, où les *m* constantes et les *n* variables constituent les *critères* de l'univers considéré. Dans ce cadre particulier, on définit un *1-univers temporel* (Ω^1T) comme un univers comportant un seul critère-variable : le temps. De même, on définit un *1-univers coloré* (Ω^1C) comme un univers comportant un seul critère-variable : la couleur. On définira aussi un *2-univers coloré* et *temporel* (Ω^2CT) comme un univers comportant deux critères-variables : le temps et la couleur. Etc. De même, un univers où tous les objets sont rouges, mais se caractérisent par une localisation différente sera modélisé par un *1-univers localisé* (Ω^1L) dont la couleur est un critère-constante (rouge).

On notera incidemment que le modèle à *n*-univers permet notamment de modéliser plusieurs situations intéressantes. Ainsi, un univers *temporel* peut être considéré comme un *n*-univers dont l'une des variables est un critère temporel. De plus, un univers où on considère un moment unique T_0, dépourvu du phénomène de succession du temps, peut être considéré comme un *n*-univers dont le temps ne constitue pas une des variables, mais où il existe une constante-temps. De même, un univers *atemporel* correspond à un *n*-univers dont aucune variable ne correspond à un critère temporel, et où il n'existe aucune constante-temps.

Dans le contexte qui vient d'être défini, qu'est-ce maintenant qu'être *rouge* ? Ici, être "rouge" correspond à deux types de situations, selon le type de *n*-univers dans lequel on se place. Il peut s'agir en premier lieu, d'un *n*-univers dont la couleur est l'une des constantes. Dans ce type d'univers, la couleur des objets n'est pas susceptible de varier, et tous les objets y sont invariablement rouges.

Le fait d'être "rouge" peut correspondre, en second lieu, à un *n*-univers dont la couleur constitue un des critères-variables. Là, un objet peut être rouge ou non rouge. Soit le cas d'un Ω^1C. Dans un tel univers, un objet est rouge ou non rouge *dans l'absolu*. Aucun changement de couleur n'y est possible, car aucun autre critère-variable n'existe, duquel puisse dépendre une telle variation. Et dans un Ω^2CT, être rouge, c'est être rouge au temps T. Au sein d'un tel univers, être rouge, c'est être rouge *relativement* au temps T. De même, dans un 3-univers coloré, temporel et localisé (Ω^3CTL), être rouge, c'est être rouge au temps T et au lieu L. Etc. Dans de tels univers, être rouge, c'est être rouge *relativement* aux autres critères-variables. Et il en va de même pour les *n*-univers qui modélisent un univers tel que le notre.

Ici se pose le problème du *statut des instances* d'un type d'objet donné. Qu'est-ce donc qu'être une instance, dans le présent cadre ? Ce problème a son importance, car les versions originales de GP sont basées sur des *instances* de boules (1946) et d'émeraudes (1954). Si l'on prend en compte le cas de Goodman (1946), les instances considérées sont 100 boules différentes. Pourtant, si on considère une boule unique, tirée aux temps T_1, T_2, ..., T_{100}, on constate que la problématique de GP est toujours présente. Il suffit en effet de considérer une boule dont la couleur est susceptible de varier au cours du temps. On a tiré 99 fois la boule aux temps T_1, T_2, ..., T_{99}, et on constaté chaque fois que la boule était rouge. Il en résulte la prédiction selon laquelle la boule sera rouge en T_{100}. Pourtant, cette prédiction s'avère contradictoire avec une prédiction concurrente basée sur les mêmes observations, et la projection du prédicat S "rouge et tiré avant T_{100} ou non rouge et tiré en T_{100}"[10].

[10] Une telle remarque s'applique également à l'énoncé de Goodman, *Fact, Fiction and Forecast*.

Le présent cadre doit être à même d'appréhender la diversité de ces situations. Peut-on parler ainsi d'un 1-univers instancié et temporel, ou bien d'un 1-univers instancié et coloré ? Ici, on doit observer que le fait d'être instancié, pour un univers donné, correspond à un critère-variable supplémentaire. Car sinon, qu'est-ce qui permet de différencier les instances entre elles ? Si aucun critère ne les distingue, il s'agit alors d'une seule et même chose. Et si elles sont distinctes, c'est qu'un critère permet de les différencier. Ainsi, un 1-univers instancié et temporel est en fait un 2-univers, dont le 2ème critère, qui permet de distinguer les instances entre elles, n'est en fait pas mentionné ni explicité. En rendant explicite ce second critère-variable, il est donc clair que l'on se situe dans un 2-univers. De même, un 1-univers instancié et coloré est en réalité un 2-univers dont l'un des critères est la couleur et le second critère existe mais n'est pas précisé.

Un autre aspect qui mérite d'être souligné ici, est la question de la réduction d'un *n*-univers donné à un autre. N'est il pas possible en effet, de réduire logiquement un *n*-univers à un système de critères différent ? Intéressons-nous par exemple à un Ω^3CTL. Pour caractériser l'univers correspondant, on a 3 critères-variables : couleur, temps, localisation. Il apparaît que l'on peut réduire ce 3-univers à un 2-univers. Cela peut s'effectuer en réduisant deux des critères du 3-univers à un seul. En particulier, on réduira les critères de couleur et de temps à un critère unique de tcouleur* (shmolor[11]). Et on ne conservera que deux taxons de tcouleur* : G et ~G. Soient donc un critère de couleur comportant deux taxons (rouge, non rouge) et un critère de temps comportant deux taxons (avant T, après T). Si l'on associe les taxons de couleur et de temps, on obtient quatre nouveaux prédicats : rouge avant T, rouge après T, non rouge avant T, non rouge après T, que l'on dénotera respectivement RT, R~T, ~RT et ~R~T. Plusieurs de ces prédicats sont compatibles entre eux (RT et R~T, RT et ~R~T, ~RT et R~T, ~RT et ~R~T) alors que d'autres sont incompatibles (RT et ~RT, R~T et ~R~T). A ce stade, on a plusieurs manières (16)[12] de grouper les prédicats compatibles, permettant d'obtenir deux nouveaux prédicats G et ~G de tcouleur* :

	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15
RT ∧ R~T		X				X	X	X				X	X	X		X
RT ∧ ~R~T			X			X			X	X		X	X		X	X
~RT ∧ R~T				X			X		X		X	X		X	X	X
~RT ∧ ~R~T					X			X		X	X		X	X	X	X

Dans chacun de ces cas, il en résulte bien un nouveau critère unique de tcouleur* (Z), se substituant aux deux critères précédents de couleur et de temps. On dénotera Z_i ($0 \leq i \leq 15$) les taxons de tcouleur* ainsi obtenus. S'il est clair que Z_{15} conduit à l'induction vide, on observera que plusieurs cas correspondant à la situation où les instances sont RT conduisent à la problématique GP. On notera ainsi que Z_2, c'est-à-dire *grue*$_2$ (en assimilant les Z_i à *grue*$_i$ et les Z_{15-i} à *bleen*$_i$) est basé sur la définition : *grue*$_2$ = rouge avant T *et* non rouge après T. Il s'agit là d'une interprétation *conjonctive* de la définition de "grue". De même, *grue*$_7$ correspond à une définition de "grue" basée sur un *ou exclusif*. Enfin, *grue*$_{12}$ est basé sur la définition classique : *grue*$_{12}$ = rouge avant T *ou* non rouge après T, où la disjonction s'interprète comme un *ou inclusif*.

De la même manière, il s'avère également qu'un Ω^2CT peut se réduire à un 1-univers tcoloré* (Ω^1Z). Et de façon plus générale, un *n*-univers est ainsi *réductible* à un (*n*-1)-univers (pour $n > 1$). Ainsi, si l'on considère un univers donné, plusieurs caractérisations en termes de *n*-univers peuvent être valablement utilisées. On peut notamment appréhender un même univers comme un Ω^3CTL, ou bien comme un Ω^2ZL. De la même manière, on peut se représenter un Ω^2CT comme un Ω^1Z. A ce stade, aucune de ces vues n'apparaît fondamentalement meilleure que l'autre. Mais chacune de ces deux caractérisations constituent des façons alternatives de décrire une même réalité. Ceci montre finalement qu'un *n*-univers constitue en fait une caractérisation abstraite d'un univers réel ou imaginaire. Un *n*-univers constitue ainsi un *système de critères*, comportant des constantes et des variables. Et pour caractériser un même univers réel ou imaginaire donné, on peut recourir valablement à plusieurs *n*-univers. Chacun d'entre eux apparaît finalement comme une caractérisation distincte de l'univers considéré, faisant simplement appel à un jeu de primitives différent.

5. Conditions de l'induction

Le fait que le formalisme de SR entraîne l'effet de GP suggère que l'intuition qui préside à notre notion d'induction n'est pas entièrement capturée par SR. Il est ainsi permis de penser que si l'approche formelle est nécessaire et utile pour servir de support à l'induction, elle ne constitue pas toutefois une démarche suffisante. Car il paraît également essentiel de capturer l'intuition qui préside à notre raisonnement inductif. Aussi s'avère-t-il nécessaire de compléter l'approche formelle de l'induction par une approche sémantique. Goodman lui-même

[11] Ainsi que le mentionne J.S. Ullian, "More on 'Grue' and Grue", *Philosophical Review*, vol. 70 (1961), p. 386-389, en p. 387.

[12] Soit C(0, 4)+C(1, 4)+C(2, 4)+C(3, 4)+C(4, 4) = 2^4, où C(*p*, *q*) désigne le nombre de combinaisons de *q* éléments pris *p* à la fois.

fait mention d'une définition de l'induction[13]. Il définit l'induction comme la projection de caractéristiques du passé dans le futur, ou d'une manière plus générale, comme la projection de caractéristiques correspondant à un aspect donné d'un objet à travers un autre aspect. Cette définition correspond à notre intuition de l'induction. On peut penser toutefois qu'il convient de la compléter en prenant en compte les observations précédentes[14] relatives à la dualité différenciation/unification. En ce sens, on a pu observer que l'induction consiste en une inférence à partir d'instances présentant à la fois des propriétés communes, et des différences. Soient les instances-source (instances-S) les instances sur lesquelles portent (I) ou (I*) et l'instance-destination (instance-D) celle qui fait l'objet de (P) ou (P*). Les propriétés communes concernent les instances-S et les propriétés différenciées s'établissent entre les instances-S et l'instance-D. Il en résulte la définition suivante : l'induction consiste précisément dans le fait que l'instance-D[15] possède également la propriété commune aux instances-S, alors que l'on fait varier le(s) critère(s) sur le(s)quel(s) est (sont) basé(es) les différences entres les instances-S et l'instance-D. Le raisonnement inductif est ainsi fondé sur le caractère constant d'une propriété, alors que telle autre propriété est variable.

De cette définition de l'induction découlent directement plusieurs conditions de l'induction. Il convient de les examiner tour à tour. Les deux premières conditions sont ainsi les suivantes :

(C1) les instances-S doivent présenter des propriétés communes
(C2) les instances-S et l'instance-D doivent présenter des propriétés distinctives

Ceci a pour conséquence qu'on ne peut appliquer l'induction dans deux circonstances particulières : d'une part (i) lorsque les instances ne laissent apparaître aucune propriété commune. On appellera un tel cas une *différenciation totale* des instances. Les problèmes correspondant à cette circonstance particulière ont été évoqués plus haut[16]. Et d'autre part (ii) lorsque les instances ne présentent aucune propriété distinctive. On appellera une telle situation *unification totale.* Les problèmes rencontrés dans ce type de situation ont également été mentionnés précédemment[17].

On doit noter ici qu'il ne s'agit pas là de propriétés intrinsèques des instances, mais bien de l'analyse qui est effectuée par celui qui s'apprête à raisonner par induction.

Compte tenu de la définition de l'induction qui a été donnée, une troisième condition peut être ainsi énoncée :

(C3) un critère-variable est nécessaire pour les propriétés communes des instances-S et un autre critère-variable pour les propriétés distinctives

Ceci se rapporte à la structure de l'univers de référence considéré. En conséquence, deux critères-variables sont au minimum nécessaires, dans la structure de l'univers de référence correspondant. On appellera cela la *condition minimale* de l'induction. Par conséquent, un 2-univers est au minimum nécessaire pour que les conditions de l'induction soient satisfaites. Ainsi, un Ω^2CT conviendra. De même, un 2-univers temporel et localisé (Ω^2TL) satisfera également les conditions qui viennent d'être définies, etc[18].

On peut noter qu'une autre façon d'énoncer cette condition est la suivante : le critère-variable pour les propriétés communes et le critère-variable pour les propriétés différenciées doivent être distincts. On ne doit pas avoir confusion entre les deux. On peut appeler cela la *condition de séparation* des propriétés communes et des propriétés distinctives. Un tel principe apparaît comme une conséquence de la condition minimale pour l'induction : on doit avoir deux critères pour réaliser l'induction, et ces critères doivent être différents. Si l'on choisit un même critère pour les propriétés communes et les propriétés différenciées, on se ramène de fait à un seul critère et au contexte d'un 1-univers, lui-même insuffisant pour réaliser l'induction.

Enfin, une quatrième condition de l'induction résulte de la définition précédente :

(C4) on doit projeter les propriétés communes des instances-S (et non les propriétés distinctives)

Les conditions de l'induction qui viennent d'être énoncées permettent désormais de traiter les problèmes liés à l'utilisation de SR évoqués plus haut[19]. Il s'ensuit en effet que les projections[20] suivantes sont correctes : C°T dans un Ω^2CT, C°L dans un Ω^2CL, Z°L dans un Ω^2ZL, etc. A l'inverse, les projections suivantes sont

---

[13] Cf. Goodman, "A Query On Confirmation", p. 383 : "Induction might roughly be described as the projection of characteristics of the past into the future, or more generally of characteristics of one realm of objects into another."
[14] Cf. §2 ci-dessus.
[15] On peut bien sûr prendre en considération, de manière alternative, plusieurs instances-D.
[16] Cf. §2 ci-dessus.
[17] *Ibid*.
[18] Pour l'application de cette condition, on doit tenir compte des remarques mentionnées plus haut concernant le problème du statut des instances. Ainsi, on doit en réalité assimiler un 1-univers instancié et temporel à un 2-univers dont l'un des critères est temporel, et le second critère n'est pas explicité. De même, un 1-univers instancié et coloré s'assimile en fait à un 2-univers dont l'un des critères est temporel, et le second critère n'est pas spécifié.
[19] Cf. §3 ci-dessus.
[20] Avec les notations C (couleur), T (temps), L (localisation) et Z (tcouleur*).

incorrectes : T°T dans un Ω^1T, Z°Z dans un Ω^1Z. En particulier, on notera ici que la projection T°T dans le Ω^1T est celle de Δ1-temps. Δ1-temps prend en effet place dans un Ω^1T, alors que l'induction exige à la fois des propriétés communes et des propriétés distinctives. Ainsi, un 2-univers est au minimum nécessaire. D'habitude, le critère du temps est utilisé pour la différenciation. Mais ici, il est utilisé pour l'unification ("tiré avant T"). Cela peut se faire, mais à condition qu'on utilise un critère distinct pour les propriétés différenciées. Cependant, alors qu'il en résulte ici des propriétés communes, on perd les propriétés différenciées. Il manque donc un second critère - correspondant aux propriétés différenciées - à l'univers considéré, pour réaliser valablement l'induction. Ainsi Δ1-temps trouve-t-il son origine dans une violation de la *condition minimale* de l'induction. On peut formuler cette solution de manière équivalente, par rapport à la *condition de séparation*. En effet, dans Δ1-temps, un même critère temporel (tiré avant T/tiré après T) est utilisé pour les propriétés communes et pour les propriétés différenciées, alors que deux critères distincts sont nécessaires. Il s'agit ainsi d'une violation manifeste de la condition de séparation.

Enfin, les conditions de l'induction définies plus haut conduisent à adapter le formalisme utilisé pour décrire GP. Il s'avère en effet nécessaire de distinguer entre la propriété commune et la(les) propriété(s) distinctive(s). On utilisera donc le formalisme suivant en lieu et place de celui utilisé plus haut :

(I) $RT_1 \cdot RT_2 \cdot RT_3 \cdot ... \cdot RT_{99}$
(H) $RT_1 \cdot RT_2 \cdot RT_3 \cdot ... \cdot RT_{99} \cdot RT_{100}$

où R désigne la propriété commune et les T_i une propriété distinctive. Il est à noter qu'ici, il peut s'agir au choix d'un objet unique, ou bien d'instances que distingue un critère donné (qui n'entre pas en jeu dans le processus inductif) selon le *n*-univers dans lequel on se place. Ainsi, on utilisera dans le cas d'une instance unique α, dont la couleur est susceptible de varier selon le temps :

(I) $RT_1\alpha \cdot RT_2\alpha \cdot RT_3\alpha \cdot ... \cdot RT_{99}\alpha$

ou dans le cas où plusieurs instances α_1, α_2, ..., α_{99}, α_{100} existent[21] :

(I) $RT_1\alpha_1 \cdot RT_2\alpha_2 \cdot RT_3\alpha_3 \cdot ... \cdot RT_{99}\alpha_{99}$

6. L'origine du paradoxe

Compte tenu des conditions de l'induction et du cadre des *n*-univers qui viennent d'être définis, on est désormais en mesure de s'attacher à déterminer l'origine de GP. Il convient pour cela tout d'abord de décrire avec précision les conditions de l'*univers de référence* dans lequel GP prend place. En effet, dans la version originale de GP, le choix de l'univers de référence n'est pas défini avec précision. Or on peut penser qu'il est essentiel, afin d'éviter toute ambiguïté, que ce dernier soit décrit précisément.

L'univers de référence dans lequel se place Goodman (1946) n'est pas défini explicitement, mais plusieurs éléments de l'énoncé permettent d'en préciser la nature. Goodman fait ainsi mention des couleurs "rouge" et "non rouge". Aussi la couleur constitue-t-elle un des critères-variables de l'univers de référence. De plus, Goodman distingue les boules qui sont tirées aux temps T_1, T_2, T_3, ..., T_{100}. Ainsi, le temps est également un critère-variable de l'univers considéré. Par conséquent, on peut décrire l'univers minimal dans lequel se place Goodman (1946) comme un Ω^2CT. De même, dans Goodman (1954), les critères-variables de couleur (vert/non vert) et de temps (tiré avant T/tiré après T) sont expressément mentionnés. Dans les deux cas, on se place donc, implicitement dans le cadre *minimal* d'un Ω^2CT.

Goodman fait par ailleurs mention d'*instances* de boules ou d'émeraudes. Faut-il à ce stade recourir à un critère-variable supplémentaire permettant de distinguer les instances entre elles ? Il apparaît que non. D'une part en effet, comme on l'a vu précédemment[22], il s'avère que l'on a bien une version de GP en considérant simplement un Ω^2CT et un objet unique dont la couleur est susceptible de varier au cours du temps. D'autre part, il apparaît que si le critère qui sert à distinguer les instances n'est pas utilisé dans le processus inductif, il ne sert alors ni en tant que critère commun, ni en tant que critère différencié. Il s'ensuit alors que l'on peut se dispenser de recourir à ce 3ème critère supplémentaire. Ainsi, il s'avère que le fait de prendre en compte une instance unique ou bien plusieurs instances, n'est pas essentiel dans la formulation de GP. Dans ce qui suit, on pourra donc considérer que l'énoncé s'applique, indifféremment, à un objet unique ou à plusieurs instances que distingue un critère qui n'est pas utilisé dans le processus inductif.

Désormais, nous sommes en mesure de replacer GP dans le cadre des *n*-univers. Compte tenu du fait que le contexte de GP est celui d'un Ω^2CT *minimal*, on envisagera successivement deux situations : celle d'un Ω^2CT, puis celle d'un Ω^3CTα (où α désigne un 3ème critère).

6.1 "Grue" dans le 2-univers coloré et temporel

[21] Toutefois, dès lors que le fait qu'il existe une ou plusieurs instances n'est pas essentiel dans la formulation du problème considéré, on pourra évidemment s'abstenir d'en faire mention.
[22] Cf. §4.

Envisageons tout d'abord l'hypothèse d'un Ω^2CT. Dans un tel univers, être "rouge", c'est être rouge au temps T. On dispose alors d'un critère de couleur pour les propriétés communes, et d'un critère de temps pour les propriétés différenciées. Dès lors, il apparaît tout à fait légitime de projeter la propriété commune de couleur ("rouge"), à travers le temps différencié. Une telle projection s'avère conforme aux conditions de l'induction énoncées plus haut.

Qu'en est-il maintenant de la projection de "grue" ? On a observé précédemment[23] que le Ω^2CT était réductible à un Ω^1Z. Ici, le fait d'utiliser "grue" (et "bleen") en tant que primitives, est caractéristique du fait que le système de critères utilisé est celui d'un Ω^1Z. Qu'en est-il alors lorsqu'on projette "grue", dans le Ω^1Z ? Dans un tel univers de référence, l'unique critère-variable est la tcouleur*. Un objet y est "grue" ou "bleen" dans l'*absolu*. Dès lors, si l'on dispose bien d'un critère commun (la tcouleur*), il apparaît que le critère différencié fait défaut, pour mettre en oeuvre valablement l'induction. Et la situation dans laquelle on se trouve est celle d'une indifférenciation extrême. Ainsi, une telle projection s'effectue en violation de la condition minimale de l'induction. Par conséquent, il s'avère que GP ne peut prendre place dans le Ω^2CT, et se trouve bloqué au stade de la projection de "grue".

Mais ces remarques préliminaires sont-elles suffisantes pour fournir, dans le contexte d'un Ω^2CT, une solution satisfaisante à GP ? On peut penser que non, car le paradoxe s'y présente également sous une autre forme, qui est celle de la projection de la tcouleur* à travers le temps. On peut formaliser ainsi cette projection Z°T :

(I*) $GT_1 \cdot GT_2 \cdot GT_3 \cdot ... \cdot GT_{99}$
(H*) $GT_1 \cdot GT_2 \cdot GT_3 \cdot ... \cdot GT_{99} \cdot GT_{100}$ qui équivaut à :
(H'*) $RT_1 \cdot RT_2 \cdot RT_3 \cdot ... \cdot RT_{99} \cdot {\sim}RT_{100}$
(P*) GT_{100} qui équivaut à :
(P'*) ${\sim}RT_{100}$

où il est manifeste que les éléments de la problématique GP sont encore présents.

Fondamentalement dans cette version, il apparaît que les propriétés communes sont empruntées au système de critères du Ω^1Z, alors que les propriétés différenciées proviennent du Ω^2CT. Une première analyse révèle donc que la projection de "grue" dans ces conditions comporte un défaut qui consiste dans le choix d'un système de critères donné pour les propriétés communes (la tcouleur*) et d'un système de critères différent pour les propriétés différenciées (le temps). Car la sélection de la tcouleur* est caractéristique du choix d'un Ω^1Z, alors que l'utilisation du temps est révélatrice du fait que l'on se place dans un Ω^2CT. Mais on se doit de choisir l'un ou l'autre des systèmes de critères réductibles pour réaliser l'induction. Dans les hypothèses envisagées précédemment, le choix des critères pour les propriétés communes et différenciées s'effectuait dans *un même système de critères*. Mais ici, le choix des critères pour les propriétés communes et les propriétés différenciées s'effectue dans *deux systèmes de critères* (réductibles) différents. Ainsi, les critères commun et différencié choisis pour l'induction ne sont pas véritablement distincts. Et ceci apparaît comme une *violation de la condition de séparation*. Par conséquent, une des conditions de l'induction n'est pas respectée.

Cependant, la projection Z°T possède un certain support intuitif, car elle est basée sur le fait que les notions de "grue avant T" et "grue après T" se révèlent, intuitivement, porteuses de sens. Faisons donc abstraction de la violation des conditions de l'induction qui vient d'être mentionnée, et considérons donc cette situation. Dans ce contexte, GP est toujours présent, puisqu'on observe une contradiction entre (P) et (P'*). C'est à cette contradiction qu'il convient désormais de s'intéresser. Soit l'étape d'équivalence entre (H*) et (H'*). On conçoit que "grue avant T" s'assimile ici à RT, car le fait que les instances-S sont rouges avant T résulte clairement des conditions de l'expérience. En revanche, il convient de s'intéresser à l'étape selon laquelle (P*) entraîne (P'*). Selon la définition classique[24] : "grue" = $\{RT \wedge R{\sim}T, RT \wedge {\sim}R{\sim}T, {\sim}RT \wedge {\sim}R{\sim}T\}$. Qu'est-ce donc qu'être "grue après T" ? Là, il apparaît qu'un objet "grue" peut être $R{\sim}T$ (ceci correspond au cas $RT \wedge R{\sim}T$) ou bien ${\sim}R{\sim}T$ (ceci correspond aux cas $RT \wedge {\sim}R{\sim}T$ et ${\sim}RT \wedge {\sim}R{\sim}T$). En conclusion, l'objet peut être soit $R{\sim}T$ soit ${\sim}R{\sim}T$. Ainsi, le fait de savoir qu'un objet est "grue après T" ne permet pas de conclure que cet objet est ${\sim}R{\sim}T$, car ce dernier peut également être $R{\sim}T$. En conséquence, l'étape selon laquelle (P*) entraîne (P'*) se révèle finalement *fausse*. D'où il s'ensuit que la contradiction entre (P) et (P'*) n'a plus de raison d'être.

On peut se persuader que cette analyse ne dépend pas du choix de la définition classique de "grue" ($grue_{12}$) qui est effectué, en considérant d'autres définitions. Soit par exemple la définition basée sur $grue_9$: "grue" = $\{RT \wedge {\sim}R{\sim}T, {\sim}RT \wedge {\sim}R{\sim}T\}$ et "bleen" = $\{RT \wedge R{\sim}T, {\sim}RT \wedge R{\sim}T\}$. Mais dans cette version, on constate que l'on n'a pas l'émergence de GP, car les instances-S, qui sont RT, peuvent être à la fois "grue" et "bleen". Et il en va de même si on considère une définition conjonctive ($grue_2$) telle que "grue" = $\{RT \wedge {\sim}R{\sim}T\}$. Dans un tel cas en effet, les instances-S ne sont "grue" que si elles sont RT mais également ${\sim}R{\sim}T$. Or ceci ne correspond pas aux conditions initiales de GP dans le Ω^2CT où on ignore si les instances-S sont ${\sim}R{\sim}T$.

On pourrait penser également que le problème est lié à l'utilisation d'une taxinomie de tcouleur* basée sur deux taxons (G et ~G). Considérons donc une taxinomie de la tcouleur* basée sur 4 taxons : $Z_0 = RT \wedge R{\sim}T$, $Z_1 = RT$

[23] *Ibid*.
[24] Il s'agit de celle basée sur le ou inclusif ($grue_{12}$).

$\wedge$ ~R~T, Z_2 = ~RT $\wedge$ R~T, Z_3 = ~RT $\wedge$ ~R~T. Mais dans cette hypothèse, il apparaît clairement que dès lors que les instances-S sont par exemple Z_1, on se trouve replacé dans la situation précédente.

Le fait de considérer "grue après T", "grue avant T", "bleen avant T", "bleen après T" s'assimile à une tentative d'exprimer "grue" et "bleen" par rapport à nos propres critères, et en particulier celui du temps. Il s'agit là d'une forme d'anthropocentrisme, sous-tendue par l'idée d'exprimer le Ω^1Z à l'aide des taxons du Ω^2CT. Dès lors que l'on connaît le code définissant les relations entre deux *n*-univers réductibles - le Ω^1Z et le Ω^2CT - et que l'on possède des données partielles, on peut être tenté d'élucider complètement les prédicats du *n*-univers étranger. Sachant que les instances sont GT, G~T, ~GT, ~G~T, je peux déduire qu'elles sont respectivement {RT, ~RT}, {R~T, ~R~T}, {~RT}, {R~T}. Mais comme on l'a vu, du fait que les instances sont GT et RT, je ne peux pas déduire qu'elles seront ~R~T.

Le raisonnement dans cette version de GP est basé sur l'idée apparemment inductive que ce qui est "grue avant T" est également "grue après T". Mais dans le contexte qui est celui du Ω^1Z, lorsqu'un objet est "grue", il est "grue" dans l'absolu. Car aucun critère supplémentaire n'existe qui puisse faire varier sa tcouleur*. Ainsi, lorsqu'un objet est GT, il est *nécessairement* G~T. Et de l'information selon laquelle un objet est GT, on peut donc conclure, par *déduction*, qu'il est également G~T.

De ce qui précède, il s'ensuit que la version de GP liée à Z°T présente les caractères apparents de l'induction, mais il ne s'agit pas d'une forme authentique de ce type de raisonnement. Z°T constitue ainsi une forme déguisée de l'induction pour deux raisons principales: d'une part, il s'agit d'une projection à travers le critère différencié du temps, qui constitue le mode standard de notre pratique inductive. Et d'autre part, elle est basée sur le principe intuitif selon lequel tout ce qui est GT est également G~T. Mais comme on l'a vu, il s'agit en réalité là d'une forme déductive de raisonnement, dont la véritable nature se trouve masquée par un apparent mouvement inductif. Et ceci conduit à conclure que la forme de GP apparentée à Z°T s'analyse en fait véritablement comme une *pseudo-induction*.

6.2 "Grue" dans le 3-univers coloré, temporel et localisé

Envisageons maintenant le cas d'un Ω^3CTα. Ce type d'univers de référence correspond également à la définition d'un Ω^2CT *minimal*, mais il comporte également un 3ème critère-variable[25]. Choisissons pour ce dernier un critère tel que la localisation[26]. Soit donc un Ω^3CTL. Considérons tout d'abord (H) dans un tel 3-univers. Etre "rouge" dans le Ω^3CTL, c'est être rouge au temps T et au lieu L. D'après les conditions de GP, la couleur correspond aux propriétés *communes*, et le temps aux propriétés *différenciées*. On a alors la projection C°TL suivante :

(I) $RT_1L_1 \cdot RT_2L_2 \cdot RT_3L_3 \cdot \ldots \cdot RT_{99}L_{99}$
(H) $RT_1L_1 \cdot RT_2L_2 \cdot RT_3L_3 \cdot \ldots \cdot RT_{99}L_{99} \cdot RT_{100}L_{100}$
$\therefore$ (P) $RT_{100}L_{100}$

où compte tenu des conditions de l'induction, il s'avère légitime de projeter la propriété commune ("rouge") des instances-S, à travers le temps et le lieu différenciés, et de prédire que la 100ème boule sera rouge. Une telle projection apparaît tout à fait correcte, et s'avère en tous points conforme aux conditions de l'induction mentionnées plus haut.

Qu'en est-il maintenant de (H*) dans le Ω^3CTL ? On a pu observer que le Ω^3CTL pouvait se réduire à un Ω^2ZL. Dans ce dernier *n*-univers, les critères-variables sont la tcouleur* et la localisation. Le fait d'être "grue" y est *relatif* au lieu : être "grue", c'est être "grue" au lieu L. Ce qui est alors projeté est la tcouleur*, c'est-à-dire le fait d'être "grue" ou "bleen". On a donc un critère commun de tcouleur* et un critère différencié de localisation. Dès lors, si on considère que les instances-S sont "grue", on peut fort bien projeter la propriété commune "grue" à travers un critère différencié de localisation. Soit donc la projection Z°L dans le Ω^2ZL :

(I*) $GL_1 \cdot GL_2 \cdot GL_3 \cdot \ldots \cdot GL_{99}$
(H*) $GL_1 \cdot GL_2 \cdot GL_3 \cdot \ldots \cdot GL_{99} \cdot GL_{100}$
$\therefore$ (P*) GL_{100}

Une telle projection est conforme aux conditions mentionnées plus haut, et constitue par conséquent une forme valable de l'induction.

Dans ce contexte, on peut projeter valablement un prédicat ayant une structure identique à celle de "grue", dans le cas des émeraudes. Considérons la définition "grue" = vert avant T ou non vert après T, où T = 10 milliards d'années. On sait qu'à cette époque, notre Soleil sera éteint, et deviendra progressivement un naine blanche. Les conditions de notre atmosphère seront radicalement différentes de ce qu'elles sont actuellement. Et la température s'élèvera notamment dans des proportions considérables, pour atteindre 8000°. Dans ces conditions, la structure de nombreux minéraux se transformera radicalement. Il devrait normalement en être ainsi pour nos émeraudes actuelles, qui devraient voir leur couleur modifiée, à la suite de l'énorme élévation de température qui s'ensuivra. Ainsi, j'observe actuellement une émeraude: elle est "grue" (pour T = 10 milliards d'années). Si je

[25] Une même solution s'applique, bien sûr, si l'on considère un nombre de critères-variables supérieur à 3.
[26] Tout autre critère distinct de la couleur ou du temps, conviendrait également.

projette cette propriété à travers un critère de *lieu*, j'en conclus légitimement que l'émeraude trouvée au coeur de la forêt amazonienne sera également "grue", de même également que l'émeraude qui vient d'être extraite d'une mine d'Afrique du Sud.

A ce stade, on pourrait s'interroger pour savoir si la projectibilité de "grue" n'est pas liée intrinsèquement au choix d'une définition de "grue" basée sur le ou inclusif ($grue_{12}$) ? Cependant, on vérifie aisément en utilisant une définition alternative de "grue" que sa projection demeure valide[27].

On remarque qu'on a ici l'expression du fait que la taxinomie basée sur la tcouleur* est plus grossière que celle basée sur le temps et la couleur. En effet, la première ne comprend que 2 taxons (grue/bleen), alors que la seconde en comprend 4. En réduisant les critères de couleur et de temps à un critère unique de tcouleur*, on a remplacé 4 taxons ($RT \wedge R{\sim}T$, $RT \wedge {\sim}R{\sim}T$, ${\sim}RT \wedge R{\sim}T$, ${\sim}RT \wedge {\sim}R{\sim}T$) par 2. Ainsi, "grue" constitue de ce point de vue un prédicat plus grossier que "rouge". L'univers qui est décrit n'a pas changé, mais les *n*-univers qui sont des systèmes de critères décrivant ces univers sont différents. Avec la tcouleur* ainsi définie, on dispose de moins de prédicats pour décrire une même réalité. Les prédicats "grue" et "bleen" sont pour nous peu informatifs, et le sont moins, en tout état de cause que nos prédicats "rouge", "non rouge", "avant T", etc. Mais cela n'empêche pas toutefois "grue" et "bleen" d'être projectibles.

Alors que la projection de "grue" se révèle valide dans le Ω^2ZL, on remarquera cependant que l'on n'observe pas dans ce cas la contradiction entre (P) et (P'*). Car ici (I*) équivaut bien à :

(I'*) $RT_1L_1 \cdot RT_2L_2 \cdot RT_3L_3 \cdot \ldots \cdot RT_{99}\ L_{99}$

puisque, sachant d'après les données initiales de GP que les instances-S sont RT, on remplace valablement les GL_i par les RT_iL_i ($i < 100$). Mais il apparaît que dans cette hypothèse, (P*) n'entraîne pas :

(P'*) ${\sim}RT_{100}L_{100}$

car on ne possède pas d'indication relative à la temporalité de la 100ème instance, du fait que seule la localisation constitue ici le critère différencié. En conséquence, on a bien dans le cas du Ω^3CTL une version construite à partir des éléments de GP où la projection de "grue" s'effectue valablement, mais qui ne se révèle pas paradoxale.

7. Conclusion

Dans la solution à GP proposée par Goodman, un prédicat est projectible ou non projectible dans l'*absolu*. Et on a d'autre part une correspondance entre les prédicats implantés[28]/ non implantés et les prédicats projectibles / non projectibles. Goodman par ailleurs ne fournit pas de justification à cette assimilation. Dans la présente approche, on n'a pas une telle dichotomie, car un prédicat donné P se révèle projectible dans un *n*-univers donné, et non projectible dans un autre *n*-univers. Ainsi, P est projectible *relativement* à tel univers de référence. On a donc la distinction *projectible / non projectible relativement à tel n-univers*. Et cette distinction est justifiée par les conditions de l'induction, et par le mécanisme fondamental de celle-ci par rapport à la dualité unification/différenciation. On a ainsi des *n*-univers où "vert" est projectible et d'autres ou il ne l'est pas. De même, "grue" se révèle ici projectible relativement à certains *n*-univers. Ni *vert* ni *grue* ne sont projectibles dans l'absolu, mais seulement relativement à tel univers donné. De même que d'autres prédicats, "grue" est projectible dans certains univers de référence, mais non projectible dans d'autres[29].

---

[27] En particulier, il apparaît que la projection d'une définition conjonctive ($grue_2$) nous est en fait familière. En effet, nous ne faisons pas autre chose lorsque nous projetons le prédicat "être vert avant maturité et rouge après maturité" applicable aux tomates, à travers un critère différencié de lieu : ceci est vrai des 99 instances-S observées en Corse et en Provence, et se projette valablement à une 100ème instance située en Sardaigne. On peut observer qu'un tel type de projection est notamment considéré comme non problématique par Jackson (Franck Jackson, "'Grue'", *Journal of Philosophy*, vol. 72 (1975), p. 113-131) : "There seems no case for regarding 'grue' as nonprojectible if it is defined this way. An emerald is $grue_1$ just if it is green up to *T* and blue thereafter, and if we discovered that all emeralds so far examined had this property, then, other things being equal, we would probably accept that all emeralds, both examined and unexamined, have this property (...). Si on devait replacer un tel prédicat dans la présente analyse, on devrait alors considérer que la projection s'effectue par exemple à travers un critère différencié de localisation (p. 115).

[28] C'est-à-dire "*entrenched*" (Goodman, *Fact, Fiction and Forecast*).

[29] La conception développée dans J. Holland, K. Holyoak, R. Nisbett et P. Thagard (*Induction*, Cambridge, MA; Londres, MIT Press, 1986) me paraît constituer une variation de la solution de Goodman, orientée vers le traitement informatique des données et basée sur la distinction intégré / non intégré dans la hiérarchie par défaut. Mais la solution de Holland présente les mêmes inconvénients que celle de Goodman : quelle justification sinon anthropocentrique, possède-t-on pour cette distinction ? Cf. p. 235 : "Concepts such as "grue", which are of no significance to the goals of the learner, will never be generated and hence will not form part of the default hierarchy. (...) Generalization, like other sorts of inference in a processing system, must proceed from the knowledge that the system already has".

Ainsi, il s'avère qu'une des causes de GP réside dans le fait que dans GP, on s'attache classiquement à opérer une dichotomie entre les prédicats projectibles et les prédicats non projectibles. Les solutions classiquement proposées pour résoudre GP sont respectivement basées sur la distinction temporel / non temporel, local / non local, qualitatif / non qualitatif, implanté / non implanté, etc. et une mise en correspondance avec la distinction projectible / non projectible. On s'interroge ainsi sur le caractère projectible ou non, dans l'*absolu*, de tel prédicat P* présentant la structure de "grue". Ceci résulte du fait que dans GP, on a une contradiction entre les deux prédictions concurrentes (P) et (P*). On en déduit classiquement qu'une des deux prédictions doit être rejetée, en même temps qu'une des deux généralisations (H) ou (H*) sur lesquelles ces prédictions sont respectivement basées. A l'inverse, dans la présente analyse, que l'on se place dans le cas de la projection *authentique* Z°L ou de la *pseudo-projection* Z°T, on n'a pas la contradiction entre (P) et (P'*). Dès lors, on ne se trouve plus contraint de rejeter soit (H) soit (H*). Et la distinction entre prédicats projectibles / non projectibles ne se révèle plus indispensable[30].

Comment s'effectue dans ce contexte le choix de nos *n*-univers usuels ? Des *n*-univers tels que le Ω^2CT, le Ω^3CTL, le Ω^2ZL etc. conviennent pour réaliser l'induction. Mais nous tendons naturellement à privilégier ceux qui sont basés sur des critères structurés assez finement pour permettre un maximum de *combinaisons* de projections. Si l'on opère à partir des critères Z et L dans le Ω^2ZL, on s'autorise un nombre de combinaisons restreint : Z°L et L°Z. A l'inverse, si l'on retient les critères C, T et L, on se place dans le Ω^3CTL et on a la possibilité des projections C°TL, T°CL, L°CT, CT°L[31], CL°T, TL°C. On a ainsi un maximum de combinaisons. Ceci semble inciter à préférer le Ω^3CTL au Ω^2ZL. Bien sûr, le pragmatisme semble devoir jouer un rôle dans le choix optimal de nos critères. Mais il semble que ce ne soit qu'un des multiples facteurs qui interagissent pour permettre l'optimisation de nos critères pour effectuer les opérations primitives de regroupement et de différenciation, afin de pouvoir ensuite généraliser, classer, ordonner, faire des hypothèses ou prévoir[32]. Parmi ces facteurs, on peut notamment citer : le pragmatisme, la simplicité, la souplesse de mise en oeuvre, la polyvalence[33], l'économie de moyens, la puissance[34], mais aussi la nature de notre univers réel, la structure de nos organes de perception, l'état de nos connaissances scientifiques, etc[35]. Nos *n*-univers habituels sont optimisés par rapport à ces différents facteurs. Mais ceci laisse valablement la place au choix d'autres systèmes de critères, en fonction des variations de l'un ou l'autre de ces paramètres[36].

La présente analyse se distingue aussi de celle présentée par Susan Haack (*Evidence and Inquiry*, Oxford; Cambridge, MA, Blackwell, 1993), car l'existence d'espèces naturelles (*natural kinds*) ne constitue pas ici une condition pour l'induction. Cf. p. 134 : "There *is* a connection between induction and natural kinds. [...] the reality of kinds and laws is a necessary condition of successful inductions". Dans le présent contexte, le fait que les conditions de l'induction (un critère commun, un critère différencié distinct, etc.) soient satisfaites convient pour réaliser l'induction.

[30] Une remarque similaire est formulée par Franck Jackson en conclusion de son article ("'Grue'", p. 131) : "[...] the SR can be specified without invoking a partition of predicates, properties or hypotheses into the projectible and the nonprojectible". Pour Jackson, tous les prédicats non contradictoires sont projectibles : "[...] *all* (consistent) predicates are projectible." (p. 114). Une telle conclusion apparaît toutefois plus forte que celle qui résulte de la présente analyse. Car pour Jackson, tous les prédicats sont donc projectibles dans l'*absolu*. Mais dans le présent contexte, on n'a pas de prédicats projectibles ou non projectibles dans l'absolu. Ce n'est que *relativement* à un *n*-univers donné, qu'un prédicat P se révèle projectible ou non projectible.

De manière plus générale, la présente analyse se distingue essentiellement de celle de Jackson en ce sens que la solution proposée à GP ne repose pas sur la condition contrefactuelle (*conterfactual condition*). Cette dernière en effet apparaît trop liée à l'utilisation de certains prédicats (*examined*, *sampled*, etc.). En revanche, dans le présent contexte, on considère le problème d'un point de vue général, indépendamment de la nature particulière des prédicats composant la définition de *grue*.

[31] Une telle projection correspond par exemple à la généralisation selon laquelle "Les statues-menhirs anthropomorphes sont de la couleur du granit et de l'Age du Bronze".

[32] Comme le souligne Ian Hacking, *Le plus pur nominalisme*, Combas, L'éclat, 1993, p. 9: "Utiliser un nom pour une espèce, c'est (entre autres choses) vouloir réaliser des généralisations et former des anticipations concernant des individus de cette espèce. La classification ne se limite pas au tri : elle sert à prédire. C'est une des leçons de la curieuse "énigme" que Nelson Goodman publia il y a quarante ans."

[33] Le fait qu'un même critère puisse servir à la fois de critère commun et de critère différencié (en recourant éventuellement à des taxons différents).

[34] C'est-à-dire le nombre de combinaisons rendues possibles.

[35] Cette énumération ne prétend pas être exhaustive. Une étude plus approfondie de cette question serait bien entendu nécessaire.

[36] Je remercie le rédacteur de *Dialogue* ainsi que deux experts anonymes pour l'ensemble de leurs commentaires concernant une version précédente de cet article.